

2025 年度 第 36 回
臨床試験 統計手法専門コース(36BioS)
入学試験

2025 年 4 月 17 日

参加番号	
組織名	
名前	

以下の問題について、その導出過程を含めて解答せよ。

問題1:微分・積分

以下(1)及び(2)については x で微分し、(3)から(5)については与えられた定積分を計算せよ。ただし、 λ は定数とする。

- (1) $\log(x^2 + 2x + 2)$
- (2) $\lambda \exp(-\lambda x)$,
- (3) $\int_1^2 e^x dx$,
- (4) $\int_1^2 x e^{-x} dx$
- (5) $\int_0^\infty x^2 e^{-x} dx$

問題2:確率の基礎

事象 A と事象 B の生起確率は、それぞれ $\Pr(A) = 0.5$ 、 $\Pr(B) = 0.3$ であり、同時確率は $\Pr(A \cap B) = 0.1$ とする。このとき、以下の確率をそれぞれ求めよ。

- (1) $\Pr(A|B)$
- (2) $\Pr(B|A)$
- (3) $\Pr(A|A \cup B)$
- (4) $\Pr(A|A \cap B)$
- (5) $\Pr(A \cap B|A \cup B)$

問題3:確率密度関数

確率変数 Y は、以下の確率密度関数に従うものとする。このとき、以下の問いに答えよ。

$$f(y) = \begin{cases} y, & 0 \leq y \leq 1 \\ 1, & 1 < y \leq 1.5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (1) $f(y)$ の分布関数 $F(y)$ を求め、図示せよ。なお、縦・横軸の目盛りを明示すること。
- (2) $\Pr(0 \leq Y \leq 0.5)$ を求めよ。
- (3) $\Pr(0.5 \leq Y \leq 1.2)$ を求めよ。

問題4:t 検定

6 人の被験者に対し、ある新薬の投与前と投与後に拡張期血圧 (mmHg) を測定した結果、表 1 のデータが得られた。以下の問いに答えよ。

表 1. 新薬投与前後の拡張期血圧 (mmHg)

被験者番号	投与前	投与後
1	80	79
2	90	85
3	85	80
4	75	75
5	80	78
6	70	65

- (1) 投与前と投与後の拡張期血圧の差 (投与後 - 投与前) について、以下の統計量を計算せよ。
 (a)算術平均, (b)中央値, (c)不偏分散, (d)標準偏差, (e)標準誤差
- (2) 投与前後の拡張期血圧の差に対する両側検定を実施したい。投与前の母平均を μ_1 、投与後の母平均を μ_2 とおくとき、当該検定の帰無仮説及び対立仮説を μ_1 及び μ_2 を用いてそれぞれ数式で示せ。
- (3) (2)の検定における t 検定統計量を求めよ。
- (4) (2)の検定を有意水準 (両側) 5%で行う場合、その棄却限界値を以下の t 分布表を用いて示せ。

表 2. t 分布表

自由度(v)	自由度 v の $100 \times \alpha$ パーセント点			
	$\alpha = 0.05$	0.025	0.01	0.005
4	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041
5	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321
6	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995
8	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554

問題5: 離散分布

次の2元表は2つの離散型確率変数 X 及び Y の同時確率分布を示す. 以下の問いに答えよ.

表3. 離散型確率変数 X 及び Y の同時確率分布

	$Y = 1$	2	3
$X = 1$	1/10	2/10	1/10
2	2/10	1/10	1/10
3	①	1/20	1/20

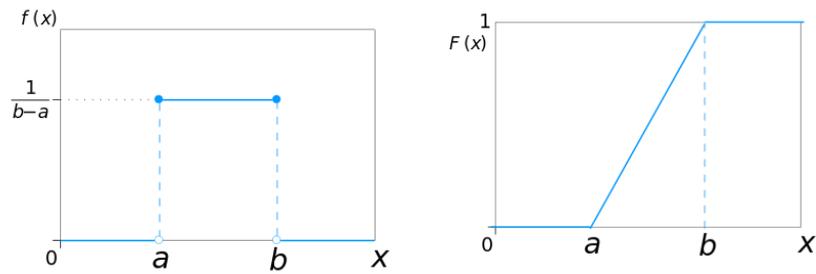
- (1) 表3の①に入る確率を求めよ.
- (2) X の周辺分布と, Y の周辺分布をそれぞれ求めよ.

- (3) $E(X)$, $E(Y)$, $E(XY)$, $V(X)$, $V(Y)$ をそれぞれ求めよ. ただし, E は期待値, V は分散を意味する.
- (4) X と Y の相関係数を求めよ.

問題6:一様分布

区間 $[a, b]$ の一様分布 $U(a, b)$ について，以下の問いに答えよ．

- (1) 一様分布 $U(a, b)$ の確率密度関数を示せ．
- (2) 一様分布 $U(a, b)$ の確率密度関数および分布関数を図示せよ．なお，縦・横軸の目盛りを明示すること．



- (3) 一様分布 $U(a, b)$ の期待値を求めよ．なお，導出過程を明示すること．
- (4) 一様分布 $U(a, b)$ の分散を求めよ．なお，導出過程を明示すること．

問題7:回帰分析

表 4 の 5 組のデータについて, 次の線型モデルを仮定し, 最小 2 乗法を用いて回帰分析を行うことを考える.

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, 5 \quad \text{①}$$

ここで, α, β はそれぞれ切片と回帰係数を表す. ε_i は誤差を表し, 互いに独立に正規分布 $N(0, \sigma^2)$ に従うものとする. 以下の問いに答えよ.

表 4.5 組のデータ

x	2	4	6	8	10
y	1	5	5	9	9

- (1) ①式の線型モデルを計画行列 X , 回帰係数ベクトル $\boldsymbol{\beta} = (\alpha, \beta)^t$, 誤差ベクトル $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_5)^t$ を用いて表す場合に, 計画行列 X を示せ. なお, t は転置を表す.
- (2) X の転置行列(X^t)を示せ.
- (3) $X^t X$ を求めよ.
- (4) 逆行列($(X^t X)^{-1}$)を求めよ.
- (5) 回帰係数の推定値ベクトル $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ を求めよ.
- (6) 回帰モデルによる予測値 $X\hat{\boldsymbol{\beta}}$ を求めよ.