

2019 年度 第 30 回
臨床試験 統計手法専門コース(30BioS)
入学試験

2019 年 4 月 25 日

参加番号	
組織名	
名前	

以下の問題について、その導出過程を含めて解答せよ。

問題1:微分・積分

以下の問いに答えよ。ただし、(1)及び(2)については、 x で微分せよ。 λ は定数とする。

- (1) $\log(x^2 + 2x + 2)$, (2) $\lambda \exp(-\lambda x)$, (3) $\int_1^2 e^x dx$, (4) $\int_1^2 x e^{-x} dx$, (5) $\int_0^\infty x^2 e^{-x} dx$

問題2 : 確率の基礎

事象 A と事象 B の生起確率は、それぞれ $\Pr(A) = 0.5$, $\Pr(B) = 0.3$ であり、同時確率は $\Pr(A \cap B) = 0.1$ とする。このとき、以下の確率をそれぞれ求めよ。

- (1) $\Pr(A|B)$, (2) $\Pr(B|A)$, (3) $\Pr(A|A \cup B)$, (4) $\Pr(A|A \cap B)$, (5) $\Pr(A \cap B|A \cup B)$

問題3:確率密度関数

確率変数 Y は、以下の確率密度関数に従うものとする。このとき、以下の問いに答えよ。

$$f(y) = \begin{cases} y, & 0 \leq y \leq 1 \\ 1, & 1 < y \leq 1.5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (1) $f(y)$ の分布関数 $F(y)$ を求め、図示せよ。
 (2) $\Pr(0 \leq Y \leq 0.5)$ を求めよ。
 (3) $\Pr(0.5 \leq Y \leq 1.2)$ を求めよ。

問題4:t 検定

ある新薬の単回投与後の 6 人の被験者の拡張期血圧 (mmHg) を測定した。以下の問いに答えよ。

- (1) 投与前と投与後との差について、以下の統計量を計算せよ。
 (a)算術平均, (b)中央値, (c)不偏分散, (d)標準偏差, (e)標準誤差

被験者番号	投与前	投与後
1	80	79
2	90	85
3	85	80
4	75	75
5	80	78
6	70	65

- (2) 投与前後で拡張期血圧に差があるか否かを検定したい。投与前の母平均を μ_1 、投与後の母平均を μ_2 とおくと、当該検定の帰無仮説及び対立仮説を μ_1 及び μ_2 を用いてそれぞれ数式で示せ。
- (3) の検定における t 検定統計量を求めよ
- (4) (2)の検定を有意水準（両側）5%で検行う場合、その棄却限界値を以下の t 分布表を用いて示せ。
- (5) t 検定の結果について、その解釈を述べよ。

t 分布表

自由度(v)	自由度 v の $100 \times \alpha$ パーセント点			
	$\alpha = 0.05$	0.025	0.01	0.005
4	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041
5	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321
6	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995
8	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554

問題5: 離散分布

次の 2 元表は 2 つの離散型確率変数の同時確率分布を示す。以下の問いに答えよ。

	Y = 0	1	2
X = 0	1/10	2/10	2/10
1	0	1/10	2/10
2		0	1/10

- (1) 上表における空欄の確率を求めよ。
- (2) X の周辺分布と、Y の周辺分布をそれぞれ求めよ。
- (3) $E(X)$, $E(Y)$, $E(XY)$, $V(X)$, $V(Y)$ をそれぞれ求めよ。ただし、E は期待値、V は分散を意味する。
- (4) X と Y の相関係数を求めよ。

問題6: 一様分布

区間 $[a, b]$ の一様分布 $U(a, b)$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) 一様分布 $U(a, b)$ の確率密度関数を示せ。
- (2) 一様分布 $U(a, b)$ の確率密度関数および分布関数を図示せよ。なお、縦・横軸の目盛りを明示すること。
- (3) 一様分布 $U(a, b)$ の期待値を求めよ。なお、導出過程を明示すること。
- (4) 一様分布 $U(a, b)$ の分散を求めよ。なお、導出過程を明示すること。

問題7:回帰分析

5組のデータが以下のように得られており, 最小2乗法を用いて回帰分析を行うことを考える. 以下の問いに答えよ.

x	2	4	6	8	10
y	1	5	5	9	9

- (1) y の x の上への回帰 $y = \alpha + \beta x$ を線型モデル(ベクトルと行列)により表現することを考える. このとき, 当該線型モデルの計画行列 X を示せ.
- (2) X の転置行列(X^t)を示せ.
- (3) $X^t X$ を求めよ.
- (4) 逆行列($X^t X$) $^{-1}$ を求めよ.
- (5) 線型モデルに対する正規方程式を示せ.
- (6) 回帰係数の推定値ベクトル $\hat{\beta}$ を求めよ.
- (7) 回帰モデルによる予測値 $X\hat{\beta}$ を求めよ.